

УДК 630*522.31

В. П. Машковский, кандидат сельскохозяйственных наук,
доцент, заведующий кафедрой (БГТУ)

АЛГОРИТМ ПРОГНОЗА РАЗВИТИЯ ДРЕВОСТОЯ ПО ДАННЫМ ПЕРЕЧЕТА ДЕРЕВЬЕВ

В статье описан алгоритм прогноза развития древостоя. Он позволяет на основе измеренных диаметров и высот деревьев в древостое вычислять значения данных показателей для каждого года периода прогноза. Значения необходимых для алгоритма параметров определяются на основании таксационных характеристик древостоя, таких, как порода, бонитет, тип леса, средние высота и диаметр, относительная полнота и видовое число. В результате этого прогноза можно получать распределение деревьев по ступеням толщины и средние высоты ступеней. Такая информация дает возможность при необходимости получать товарную структуру древостоя с помощью сортиментных таблиц, что будет полезным при оптимизации главного и промежуточного пользования лесом.

The algorithm of the forecast of development of a stand is described. He allows on the basis of measured diameters and heights of trees in a stand to calculate values of the given characteristics for each year of the forecast period. Values of parameters necessary for algorithm are defined on the basis stand characteristics, such as species, bonitet, forest site type, average height and diameter, relative density and form factor. As a result of such forecast it is possible to obtain distribution of trees on diameter class and average heights of class. Such information gives the chance to obtain if necessary timber quality of stand with assortment tables that will be useful by optimisation of the principal and intermediate harvesting.

Введение. Прогноз роста древостоев достаточно широко используется в лесохозяйственной практике. С помощью системы прогнозирования роста древостоев выполняется актуализация информации в выделном банке данных «Лесной фонд Беларуси» [1–3]. Прогноз роста древостоев применяется для актуализации лесного фонда при оптимизации рубок ухода и т. д. Существует множество математических моделей роста леса, с помощью которых может быть выполнен прогноз роста древостоя. Главным образом с их помощью предсказывают значения основных таксационных показателей древостоя (средняя высота, средний диаметр, сумма площадей сечений и т. д.) в том или ином возрасте. Однако в некоторых случаях необходимо иметь более подробную информацию о состоянии древостоя в различные моменты времени (распределение деревьев по ступеням толщины, высоты ступеней толщины и т. д.). В Беларуси имитационные модели, предоставляющие такую информацию, разработаны для основных древесных пород [4–8]. В настоящей работе описывается алгоритм, позволяющий с помощью последних имитационных моделей выполнить прогноз распределения деревьев в чистом одновозрастном древостое по диаметру, а также получить средние высоты деревьев по ступеням толщины.

Объекты и методика исследования. Для того чтобы с помощью имитационной модели, описанной в работах [4–8], можно было спрогнозировать развитие древостоя, необходимо иметь возможность настраивать параметры мо-

дели на конкретный древостой, для которого будет выполняться прогноз. Определять значения параметров имитационной модели для конкретного насаждения можно на основании регрессионных уравнений, связывающих данные параметры с основными таксационными показателями древостоя. Такие уравнения были получены на основании данных таксации древостоев на 528 пробных площадях (табл. 1).

Таблица 1
Распределение пробных площадей по типам леса

Серии типов леса	Главная порода			
	Сосна	Ель	Береза	Ольха черная
Вересковые	45	–	–	–
Мшистые	221	18	–	–
Орляковые	43	–	18	–
Кисличные	–	41	19	–
Черничные	62	17	–	–
Долгомошные	–	17	–	–
Крапивные	–	–	–	27
<i>Итого</i>	371	93	37	27

Использовались такие таксационные показатели, как относительная полнота (P) и видовое число (F). В качестве показателя, характеризующего производительность лесорастительных условий, применялись индексы бонитетов (ib), приведенные в табл. 2.

Таблица 2
Индексы бонитетов

Бонитет	1 ^b	1 ^a	1	2	3	4	5	5 ^a	5 ^b
Индекс бонитета	–1	0	1	2	3	4	5	6	7

Кроме этих показателей, для каждой пробной площади дополнительно были определены коэффициенты регрессии для двух уравнений связи высот и диаметров: прямой и гиперболы. Эти коэффициенты, за исключением свободных членов, использовались в анализе связи параметров модели с характеристиками древостоев как независимые переменные. Однако, забегая вперед, можно сказать, что уравнения с их применением не вошли в число лучших. В дополнение для каждой пробной площади были вычислены квадраты отношений средней высоты древостоя (h_{cp}) к среднему диаметру древостоя (d_{cp}) и средневзвешенной по площади сечения высоты (h_n) к среднему диаметру древостоя. Для поиска зависимости параметров модели N_0 , G_m , η и τ от показателей, характеризующих насаждения, использовалась множественная линейная регрессия. Статистики, характеризующие полученные регрессионные уравнения и коэффициенты регрессии, приведены в табл. 3.

Анализ полученных результатов показывает, что для еловых и черноольховых лесов получены довольно неплохие уравнения связи параметров модели с таксационными показателями древостоев (табл. 3). Однако следует заметить, что экспериментальный материал по

ольхе черной представлен только одним типом леса, а это сужает область применения данных уравнений.

Для сосны и березы полученные регрессионные уравнения, описывающие закономерности связи параметров модели с таксационными показателями древостоев, статистически достоверны, однако статистики, характеризующие их, показывают, что эти связи значительно слабее, чем в еловых и черноольховых лесах (табл. 3).

Таким образом, для настройки параметров модели на конкретный древостой для ельников можно порекомендовать использовать следующие регрессионные уравнения:

$$N_0 = 2000,8 + 16\,644,0ib; \quad (1)$$

$$G_m = 49,051 - 10,809ib; \quad (2)$$

$$\eta = -437,15 + 1434,8ib; \quad (3)$$

$$\tau = 0,094\,835 + 0,34\,535F + 0,028\,041ib, \quad (4)$$

где ib – индекс бонитета; F – видовое число.

Для остальных древесных пород можно порекомендовать использовать вместо уравнений регрессии приведенные в табл. 4 средние значения параметров модели, вычисленные для каждого типа леса.

Таблица 3

Статистические показатели, характеризующие уравнения связи параметров имитационной модели с таксационными показателями древостоев

Порода	Параметр модели	Свободный член	Параметры					F -критерий Фишера	Коэффициент корреляции R
			P	F	ib	h_n^2/d_{cp}^2	h_{cp}^2/d_{cp}^2		
Сосна	N_0	-10 564,4	23 407,0	–	4 109,5	–	12 157,7	31,295	0,45 281
Ель	N_0	2 000,8	–	–	16 644,0	–	–	193,96	0,82 502
Береза	N_0	61 188,3	–	-98 598,2	–	–	–	12,974	0,5 200
Ольха черная	N_0	79 983,3	–	-122 045,9	3305,3	–	13 901,2	8,8 540	0,73 208
Сосна	G_m	18,359	9,4 757	–	2,1 785	–	–	45,0 655	0,44 501
Ель	G_m	49,051	–	–	-10,809	–	–	179,28	0,81 444
Береза	G_m	10,553	–	–	3,1 503	6,9 948	–	7,684	0,5 579
Ольха черная	G_m	41,339	–	-44,904	1,2 161	–	5,1 146	8,8 540	0,73 208
Сосна	η	698,30	1 326,9	–	–	–	–	18,1 173	0,21 718
Ель	η	-437,15	–	–	1 434,8	–	–	145,2 906	0,78 414
Береза	η	19 300,1	–	-36 045,6	–	–	–	12,744	0,5 166
Ольха черная	η	5 982,1	–	-8 009,8	216,93	–	912,32	8,8 540	0,73 208
Сосна	τ	0,063 412	0,066 520	–	0,019 042	–	0,051 585	48,701	0,53 518
Ель	τ	0,094 835	–	0,34 535	0,028 041	–	–	22,9 386	0,58 107
Береза	τ	0,013 719	–	0,45 411	–	–	–	9,564	0,4 633
Ольха черная	τ	0,110 75	–	0,026 823	$-7,2644 \cdot 10^{-4}$	–	$-3,0552 \cdot 10^{-3}$	8,8 540	0,73 208

Таблица 4

Средние значения параметров имитационной модели

Порода	Тип леса	Параметры имитационной модели			
		N_0	G_m	η	τ
Береза	КИС	19 786,13	19,11 322	4 396,436	0,207 891
Береза	ОР	9 069,573	26,42 624	1,464 327	0,250 080
Ель	ДМ	60 395,28	18,09 342	4 613,077	0,472 335
Ель	КИС	7 073,956	48,85 258	17,57 691	0,294 359
Ель	МШ	26 624,44	26,20 706	3 466,015	0,226 210
Ель	ЧЕР	29 639,56	23,92 168	1,965 066	0,312 199
Ольха черная	КР	38 077,01	25,92 010	3 231,823	0,119 955
Сосна	ВЕР	28 349,99	32,48 390	2 072,305	0,181 891
Сосна	МШ	23 003,36	30,27 062	1 807,764	0,210 657
Сосна	ОР	22 627,32	25,39 486	3 071,283	0,151 897
Сосна	ЧЕР	34 710,75	30,74 316	$9,98 \cdot 10^{-5}$	0,184 656

Ранее было показано, что для моделирования динамики верхних высот в древостое целесообразно применять модели, не учитывающие густоту древостоя [7]. В связи с этим для системы прогноза роста древостоев методом наименьших квадратов были определены коэффициенты по типам леса для основных лесобразующих пород, необходимые для определения прироста по высоте самого большого дерева в древостое по формуле

$$\Delta h(i) = \lambda \left(H_m \left(1 - e^{-\gamma h(i)} \right) - h(i) \right), \quad (5)$$

где $h(i)$ – высота самого большого дерева на i -том году жизни; λ , H_m , γ – коэффициенты. Значения коэффициентов и статистики, характеризующие полученные модели, приведены в табл. 5.

Алгоритм прогноза развития древостоя. Выполнить прогноз развития древостоя можно, следуя приведенной ниже пошаговой схеме.

1. Обработать материалы нумерационного перечета и вычислить среднюю высоту древо-

стоя (h_{cp}), средневзвешенную по площади сечения высоту (h_n), средний диаметр древостоя (d_{cp}), определить относительную полноту (P), видовое число (F), найти по табл. 2 индекс бонитета (ib).

2. Вычислить параметры имитационной модели. Коэффициент b установить равным 2. С использованием таксационных характеристик древостоя, определенных на 1-м шаге, найти параметры G_m , η и τ с помощью уравнений регрессии (табл. 3) или воспользоваться средними значениями в зависимости от типа леса и породы из табл. 4.

3. Упорядочить материалы нумерационного перечета по убыванию высоты дерева, а в случае наличия деревьев, имеющих одинаковые высоты, упорядочить их по убыванию диаметра. Перенумеровать упорядоченную последовательность, начиная с самого высокого дерева.

4. Установить номер шага i равным возрасту древостоя A , лет.

Таблица 5

Статистические показатели, характеризующие модель связи верхней высоты с возрастом

Порода	Тип леса	Параметры				F -критерий Фишера	Коэффициент детерминации R^2
		Hm	λ	$1/\gamma$	h_0		
Сосна	ВЕР	28,862	0,014 449	0,45 851	3,1 225	1 350,834	0,809 202
	МШ	28,176	0,025 411	0,0 024 647	0,95 424	6 085,412	0,683 707
	ОР	41,973	0,012 067	0,014 453	6,1 815	1 183,661	0,710 586
	ЧЕР	25,956	0,038 062	0,069 283	$1,8527 \cdot 10^{-10}$	3 003,781	0,678 866
Ель	МШ	39,054	0,013 137	0,047 458	2,8 585	433,0 321	0,893 414
	КИС	30,831	0,041 806	0,52 040	$4,4877 \cdot 10^{-4}$	1 154,784	0,794 917
	ЧЕР	35,247	0,018 495	$2,2677 \cdot 10^{-4}$	$2,2833 \cdot 10^{-4}$	490,2 227	0,921 182
	ДМ	35,425	0,012 170	0,010 000	3,6 915	412,8 498	0,92 352
Береза	ОР	28,304	0,039 179	0,0 098 494	$2,1888 \cdot 10^{-4}$	315,0 315	0,766 843
	КИС	41,350	0,014 585	0,051 558	8,6 139	1 432,812	0,803 801
Ольха черная	КР	$3,7 546 \cdot 10^6$	$8,7 982 \cdot 10^{-8}$	0,0 047 458	7,8 958	1 254,935	0,771 760

5. Установить высоту самого большого дерева $h(i)$ для i -того шага равной высоте самого высокого дерева в древостое, для которого выполняется прогноз

$$h(i) = h_{\max}. \quad (6)$$

6. Установить высоты деревьев $h_n(i)$ равными высотам деревьев в древостое на момент начала прогноза ($i = A$). Индекс n должен соответствовать номеру дерева после сортировки, выполненной на 3-м шаге.

7. Вычислить площади сечений на высоте груди каждого дерева на момент начала прогноза ($i = A$) $gm_n(i)$.

8. Выбрав из табл. 6 в зависимости от породы коэффициент a [6], вычислить объемы стволов каждого дерева на момент начала прогноза ($i = A$) $v_n(i)$ с помощью уравнения

$$v = \frac{g_m h^{2a+1}}{(h-1,3)^{2a}(2a+1)}. \quad (7)$$

9. Для каждого дерева вычислить среднюю для ствола площадь сечения по формуле

$$g_n(i) = v_n(i) / h_n(i).$$

10. Установить вероятности сохранности каждого дерева $p_n(i)$ на момент начала прогноза ($i = A$) равными 1.

11. Вычислить прирост по высоте для самого большого дерева с помощью уравнения (5) с коэффициентами λ , H_m , γ из табл. 5.

12. Найти высоту самого большого дерева для следующего $i + 1$ -го года жизни:

$$h(i+1) = h(i) + \Delta h(i). \quad (8)$$

13. Установить сумму площадей сечений наиболее крупных деревьев равной нулю:

$$G_0(i) = 0. \quad (9)$$

14. Вычислить прирост по площади сечения для самого большого дерева:

$$\Delta g_1(i) = \Delta h(i) \frac{2g_1(i)}{h(i)}. \quad (10)$$

15. Определить площадь сечения самого большого дерева для следующего $i + 1$ -го года жизни:

$$g_1(i+1) = g_1(i) + \Delta g_1(i). \quad (11)$$

16. Установить вероятность сохранности самого большого дерева для следующего $i + 1$ -го года жизни равной 1:

$$p_1(i+1) = 1. \quad (12)$$

17. Вычислить сумму площадей сечений наибольших деревьев в древостое:

$$G_1(i) = g_1(i). \quad (13)$$

18. Определить прирост по площади сечения для следующего дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$\Delta g_n(i) = \Delta h(i) \frac{2g_n(i)}{h(i)} \times \left(1 - b \frac{g_n(i)}{h(i)^2} \frac{G_{n-1}(i)}{G_m} \right). \quad (14)$$

19. Вычислить площадь сечения для следующего (n -ного) дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$g_n(i+1) = g_n(i) + \Delta g_n(i). \quad (15)$$

20. Рассчитать вероятность отпада для следующего дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$\Delta p_n(i) = -\Delta h \frac{2p_n(i)}{h(i)} \times \left(2 - b \frac{g_n(i)}{h(i)^2} \right) \frac{G_{n-1}(i)}{G_m}. \quad (16)$$

21. Вычислить вероятность сохранности дерева до текущего момента времени для следующего (n -ного) дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$p_n(i+1) = p_n(i) + \Delta p_n(i). \quad (17)$$

22. Определить прирост по высоте для следующего дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$\Delta h_n(i) = \Delta h(i) \frac{h_n(i)}{h(i)} \times \left(1 - 2\tau \frac{G_{n-1}(i)}{G_m} \right). \quad (18)$$

23. Найти высоту для следующего (n -ного) дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$h_n(i+1) = h_n(i) + \Delta h_n(i). \quad (19)$$

24. Вычислить сумму площадей сечений наибольших деревьев в древостое:

$$G_n(i) = G_{n-1}(i) + g_n(i). \quad (20)$$

25. Повторить пункты 18–24 для всех деревьев, растущих в древостое, в начальный период времени в порядке убывания их размеров.

26. Повторять пункты 10–25 для всех лет жизни древостоя до достижения им желаемого возраста t .

27. Выбрав из табл. 6 в зависимости от породы коэффициент a [6], вычислить площади сечений на высоте груди в возрасте t для всех

деревьев, которые были в древостое в начальный момент времени с помощью уравнения [5]:

$$gm_n(t) = \frac{g_n(t)h_n(t)(h_n(t)-1,3)^{2a}(2a+1)}{h_n(t)^{2a+1}}, \quad (21)$$

$$n = 1, \dots, N_0.$$

Таблица 6

Статистические показатели, характеризующие уравнения объемов древесных стволов

Порода	a	Порода	a
Сосна	0,734 917	Береза	0,697 597
Ель	0,637 832	Осина	0,610 513
Дуб	0,661 652	Ольха черная	0,724 094

28. Рассчитать диаметры на высоте груди в возрасте t для всех деревьев, которые были в древостое в начальный момент времени $dm_n(t)$ с помощью уравнения [5]:

$$dm_n(t) = 2\sqrt{\frac{gm_n(t)}{\pi}}, \quad n = 1, \dots, N_0. \quad (22)$$

29. Распределить все деревья, которые были в древостое в начальный момент времени, по ступеням толщины на основании вычисленных на 28-м шаге диаметров на высоте груди в возрасте t .

30. Для каждой ступени толщины найти число стволов, просуммировав вероятности сохранности $p_n(t)$ для всех деревьев, попавших в данную ступень:

$$N_{ст}(t) = \sum p_n(t).$$

31. Найти средневзвешенную высоту ступени толщины, используя в качестве весов площади сечений деревьев на высоте груди:

$$h_{ст}(t) = \frac{\sum h_n(t)gm_n(t)p_n(t)}{\sum gm_n(t)p_n(t)}.$$

Заключение. Представленный в данной работе алгоритм позволяет на основе данных перечета деревьев выполнять прогноз роста древостоев. В результате этого прогноза будет получено новое распределение деревьев по ступеням

пеньям толщины и средние высоты ступеней. Такая информация дает возможность при необходимости получить товарную структуру древостоя с помощью сортиментных таблиц, что окажется полезным при оптимизации главного и промежуточного пользования лесом.

Литература

1. Атрощенко, О. А. Направления применения моделей роста леса (на примере БССР) / О. А. Атрощенко. – Минск: Бел НИИТИ, 1980. – 46 с. (Обзорная информация).
2. Атрощенко, О. А. Система прогноза роста древостоев / О. А. Атрощенко // Лесоведение и лесное хоз-во. – 1984. – Вып. 19. – С. 75–80.
3. Атрощенко, О. А. Лесотаксационные нормативы для актуализации лесного фонда БССР / О. А. Атрощенко // Лесоведение и лесное хоз-во. – 1985. – Вып. 20. – С. 80–83.
4. Машковский, В. П. Дифференциация деревьев в чистых древостоях по размерам в процессе роста / В. П. Машковский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесное хоз-во. – 2004. – Вып. XII. – С. 40–48.
5. Машковский, В. П. Имитационная модель динамики распределения деревьев по диаметрам в чистых одновозрастных древостоях / В. П. Машковский, Р. В. Азарчик // Труды БГТУ. Сер. I, Лесное хоз-во. – 2006. – Вып. XIV. – С. 52–55.
6. Машковский, В. П. Имитационное моделирование развития древостоя с учетом начального распределения растений по энергии роста / В. П. Машковский, Р. В. Азарчик // Труды БГТУ. Сер. I, Лесное хоз-во. – 2007. – Вып. XV. – С. 65–69.
7. Машковский, В. П. Динамика верхних высот в древостоях разной густоты / В. П. Машковский, И. В. Толкач // Труды БГТУ. Сер. I, Лесное хоз-во. – 2006. – Вып. XIV. – С. 56–59.
8. Машковский, В. П. Анализ точности имитационной модели развития древостоев с различными наборами параметров / В. П. Машковский, Р. В. Азарчик // Труды БГТУ. Сер. I, Лесное хоз-во. – 2008. – Вып. XVI. – С. 60–65.

Поступила 17.02.2011